Jó gyakorlatok
MATH_113BCD_H

A szerző neve és intézménye: **Stettner Eleonóra,** Magyar Agrár- és Élettudományi Egyetem, Kaposvári Campus

A probléma / gyakorlat leírása: **Rozetták és a Poliuniverzum**

A Rozetta (rózsaablak) csoport eltolás nélküli csoport, nevét a templomok ablakairól kapta. Végtelen sok rozetta csoport van, amelyeket két lényegesen különböző osztályba sorolhatunk. Az egyikben szerepelnek a csak egyetlen pont körüli forgatásokat, mégpedig a 2π/n szög egész többszöröseivel történő forgatásokat tartalmazó csoportok. Ezek neve ciklikus csoport, jele C_n. Ezek a csoportok tengelyes tükrözést nem tartalmaznak. Ha a fent említett elforgatások mellett a csoport a forgásközéppontra illeszkedő n számú tengelyes tükrözést is tartalmaz diéder-csoportról beszélünk. A diéder-csoport jele D_{2n}.

Figure[1]: Balra St Peter and Paul church Gorlitz, C_6 rozetta csoport, jobbra: Cambridge, Cambridgeshire, England, UK, Leo Reynolds fotója, D_{10} rozetta csoport

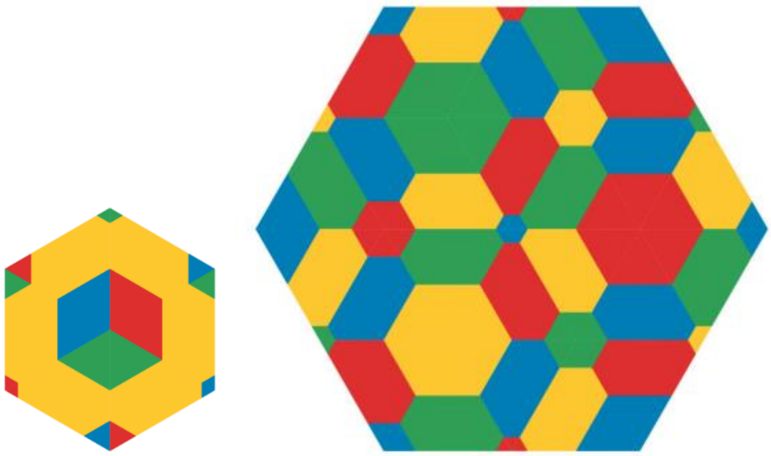
Rozettákat nemcsak az épületeken, de a természetben is találunk szép számmal. Ha félbevágunk egy almát, egy narancsot, rácsodálkozunk egy szép virágra, kaktuszra, sőt találhatunk D_{10} szimmetriájú tengeri csillagot is. A régi kulcspajzsok, csatornafedelek között is találunk rozetta szimmetriát, sőt ha az autónk dísztárcsáira tekintünk annak is rögtön megállapíthatjuk a „rozetta-kódját” és sorolhatnánk még sokáig.

Rozetták és a Poliuniverzum

A háromszög és négyzet Poliuniverzum elemekből kirakható rozettákra sok példát találunk feladatgyűjteményünkben. 6 háromszög elemből kirakhatunk úgy egy hatszöget, hogy annak D_6 jelű rozetta szimmetriája legyen. Ilyen példát látunk a 125_B és a 212_B számú feladatlapokon.

1 A képek forrásai:
https://commons.wikimedia.org/wiki/File:St_Peter_and_Paul_church_Gorlitz_round_window.jpg
https://www.flickr.com/photos/lwr/6333291955/ (2020.02.06)

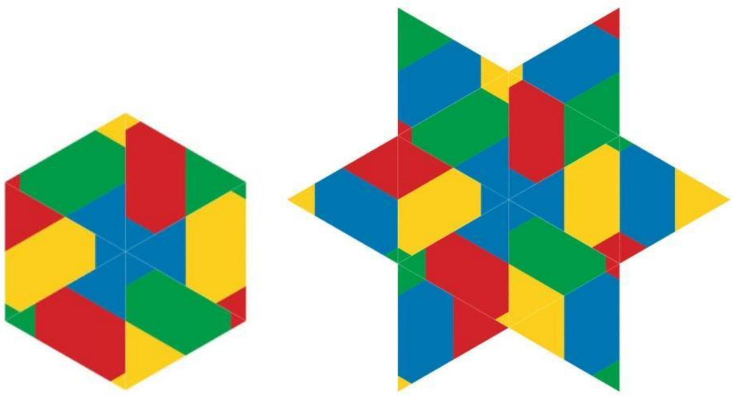
A teljes készletből azonos színű és méretű illesztéssel kirakható nagy hatszögeknek is D_6 szimmetriájuk van, ez a 130_BC és a 212_B feladatlapokon látható. Ebből látható egy példa az alábbi ábra jobb oldalán. A 212_B feladat a kombinatorika fejezetben az azonos méretű és színű illesztések esetén a kirakások számát is megkérdezi. A kisebb (6 háromszögből álló) és a nagyobb (24 háromszögből álló) hatszög kirakása is 12 féleképpen történhet a mondott feltételek mellett. Meggyőződhetünk róla, hogy mindegyik kirakásnak D_6 a rozetta szimmetriája.

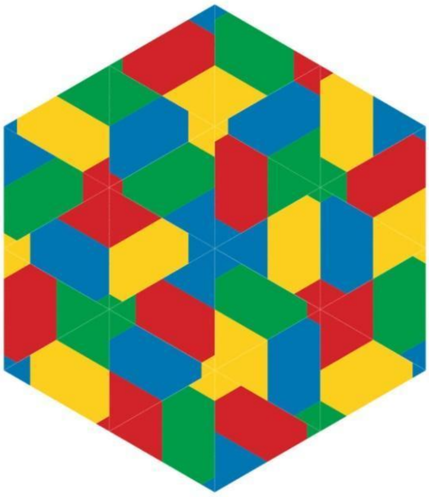


Rozetták a PUSE Feladatlapokon háromszög elemekből

A feladatgyűjteményt végig lapozva azt vesszük észre, hogy vagy olyan alakzatokat raktunk ki a háromszögekből, amelyeknek nincs szimmetriája, vagy diéder szimmetriájuk van. Vajon ki lehet-e rakni ciklikus szimmetriájú rozettákat is a háromszögből? A válasz, igen, de akkor, ha megtartjuk a teljes oldalillesztés feltételét, csak azonos színű illesztésekkel dolgozhatunk, az azonos méretű illesztésről le kell mondanunk.

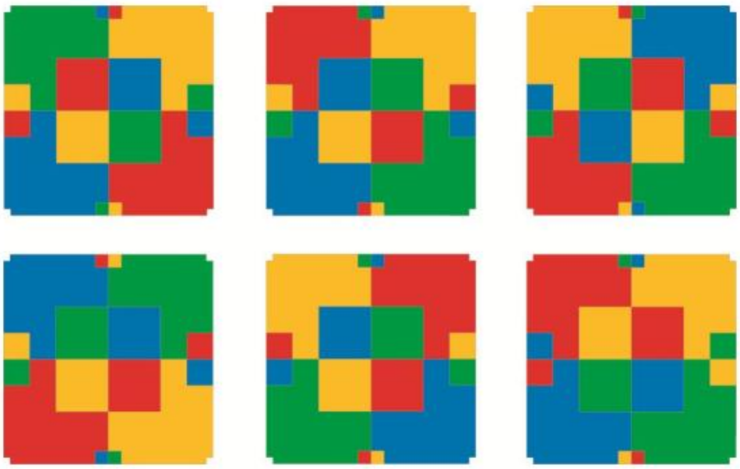
Erre látunk három példát a következő ábrán, mindhárom csoport C_3 ciklikus rozetta csoport.





Ciklikus rozetta csoportok háromszög elemekből

A négyzet elemmel is szép rozettákat rakhatunk ki. Tekintsük át először a feladatlapokat ebből a szempontból. A 108_A feladatlap kapcsán is fel lehet tenni sok szimmetriára, rozettára vonatkozó kérdést, jelenleg a példa megoldások semmilyen szimmetriát nem tartalmaznak. A 231_C feladat egy lehetséges megoldása a tanári lapon D_4 diéder szimmetriájú.



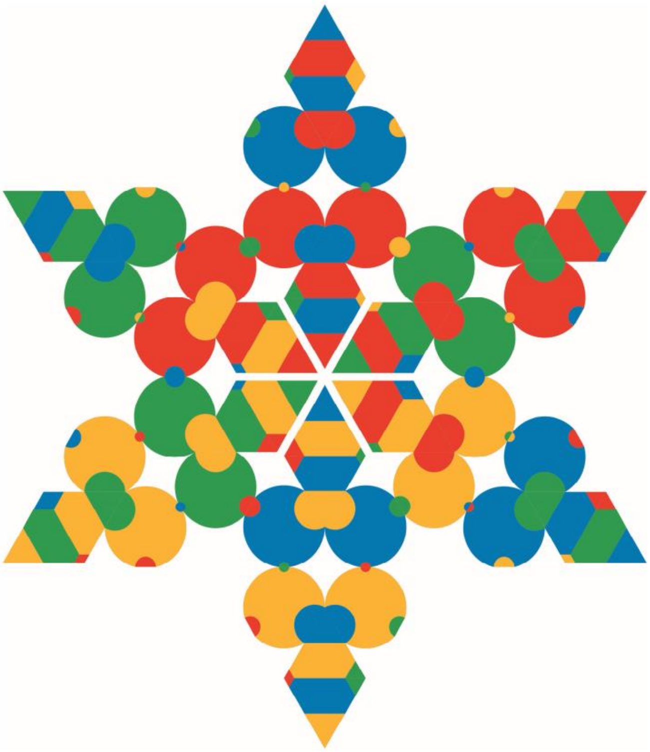
Rozetták a PUSE feladatlapokon négyzet elemekből

A négyzet kapcsán is felvetődhet a kérdés, hogy ciklikus csoportot ki tudunk-e rakni belőle. A válasz, igen, erre mutat példát a 203_A feladat ábrája, itt a következő ábra bal oldalán látható kép és a mellette lévő ábra, ami egy C_2, ciklikus csoport.

Ciklikus rozetta csoportok négyzet elemekből

Négyzet esetén is megkérdezhetjük, hogy ki tudunk-e rakni további négyzetek felhasználásával nagyobb (négynél több négyzetet felhasználó) rozetta szimmetriájú alakzatokat?

A rozetták kapcsán végül meg kell említenünk az AB 508-as feladatlapot, ami a vegyes alapformákkal való csapatban történő építkezésre ösztönöz. Ennek az egyik minta megoldása a tanár lapon szintén D_6 diéder szimmetriájú rozetta.



Rozetta vegyes Poliuniverzum elemekből

- *Miért jó ez a gyakorlat:* A szimmetria a természet egyik rendező elve. A növények, állatok és az ember testfelépítésében a szimmetria, aszimmetria, disszimmetria (a szimmetria kis sérülése) egyaránt megjelenik, de mégis a szimmetriát érezzük dominánsnak. A fizikai törvényekben, az anyagok kristályszerkezetében is felfedezhetjük a szimmetriát. A szimmetrikus tárgyak keltik bennünk a harmónia, a rend érzetét, ezért a szimmetria az emberi alkotásokban, hétköznapi tárgyainkban, a művészeti alkotásokban is visszatükröződik. Igazi interdiszciplináris (STEAM) foglalkozásokat tarthatunk, ha példákat keresünk a rozetta szimmetriák megjelenésére a természetben, különböző tudományokban, művészetekben, hétköznapi életünkben.
- *Milyen szinten alkalmazható:* Általános iskola felső tagozat, középiskola, tanárképzés
- *Iskolai tantárgy(ak)*: Matematika, művészet
- *Megjegyzések*: Referencia

- Bérczi, S. (1986) Escherian and non-Escherian developments of new frieze types in Hanti and old Hungarian communal art, *MC Escher: Art and Science*, 349-358.
- Darvas, Gy. (1999) Szimmetria a tudományban és a művészetben, *Magyar Tudomány*, 3, [in Hungarian] Utánközlés: Retrieved from http://members.iif.hu/visontay/ponticulus/rovatok/hidverok/szimmetria_darvas.html (2020. 02. 06.)
- Hargittai I. & Lengyel, Gy. (2003) A hét egydimenziós szimmetria-tércsoport magyar hímzéseken, [in Hungarian]. Retrieved from http://members.iif.hu/visontay/ponticulus/rovatok/hidverok/hargittai2.html (2020. 02. 06.)
- Szász SAXON, J., Stettner, E., eds. (2019) *PUSE (Poly-Universe in School Education) METHODOLOGY – Visual Experience Based Mathematics Education*, Szokolya: Poly-Universe Ltd. (Publisher: Zs. Dárdai), [open access in pdf from http://poly-universe.com/puse-methodology/ 254 p. ISBN 978-615-81267-1-7].